

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Уравнения с частными производными

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная\ очно-заочная\ заочная

Год начала подготовки - **2024**

Карачаевск, 2024

КОМПЕТЕНЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Уравнения с частными производными»

ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

ПК-3 Способен организовывать совместную и индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных.

**ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ИНДИКАТОРОВ ОЦЕНИВАНИЯ
СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

№ зада ния	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компе тенция
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА НА ДОПОЛНЕНИЕ			
1		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Система дифференциальных уравнений первого порядка разрешенных относительно производной, т.е. система вида $\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x; y_1; y_2; ...; y_n), \\ \frac{dy_2}{dx} = f_2(x; y_1; y_2; ...; y_n) \\ \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x; y_1; y_2; ...; y_n) \end{cases}$ называется системой ДУ <i>(ответ запишите строчными буквами)</i>	ПК-1
2		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Линия, в точках которой направление поля одно и тоже, называется дифференциального уравнения. <i>(ответ запишите строчными буквами)</i>	ПК-1
3		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Функция $f(x; y)$ называется функцией k-го порядка относительно переменных x и y, если для любого $t \in R$ справедливо тождество $f(tx; ty) = t^k f(x; y)$. <i>(ответ запишите строчными буквами)</i>	ПК-3
4		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Порядком дифференциального уравнения называется наивысший порядок неизвестной функции, входящей в уравнение. <i>(ответ запишите строчными буквами)</i>	ПК-3
5		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Дифференциальное уравнение называется обыкновенным, если искомая функция зависит от независимого переменного.	ПК-1

ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА СВОБОДНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ			
6		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m = 0$ оно превращается.	ПК-3
7		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Определите тип дифференциального уравнение $\frac{dy}{dx} = y \cos(x) + \cos(x)$.	ПК-1
8		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Общее решение линейного неоднородного уравнения равно сумме?	ПК-3
9		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x, y)$ называется функция $y = \varphi(x, c)$, содержащая одну произвольную постоянную c и удовлетворяющая условиям: 1. Функция $y = \varphi(x, c)$ как функция аргумента x является решением дифференциального уравнения. 2. ?	ПК-3
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ			
10		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите последовательность шагов для нахождения общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами $y'' + py' + qy = 0$: 1. Запишем характеристическое уравнение $k^2 + p \cdot k + q = 0$; 2. Учитывая значения корней характеристического уравнения, запишем общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами как: • $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$, если $k_1 \neq k_2$, $k_1, k_2 \in R$; • $y = C_1 e^{k_0 x} + C_2 x e^{k_0 x}$, если $k_1 = k_2 = k_0$, $k_0 \in R$; • $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$, если $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_2 = \alpha - i\beta$. 3. Найдем корни характеристического уравнения k_1 и k_2; Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.	ПК-1

11		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите последовательность шагов для нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения 1-го порядка $y' + P(x)y = f(x)$ (1) с использованием метода вариации произвольной постоянной: 1. Ищем решение однородного уравнения $y' + P(x)y = 0$ (2); 2. Заменим постоянную C на функцию $C(x)$; 3. Находим общее решение однородного уравнения $y = Ce^{-\int p(x)dx}$; 4. Вычисляя производную $y' = C'(x)e^{-\int p(x)dx} - C(x)p(x)e^{-\int p(x)dx}$ и подставляя в исходное уравнение (1); 5. Подставляя найденное значение $C(x)$ в (2) получим общее решение уравнения (1). Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.	ПК-3
12		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Последовательность шагов для решения уравнения в полных дифференциалах $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ где M и N - функции от x и y: 1. Выполняется ли условие $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. Если это условие выполняется, уравнение является полным и можно переходить к следующему шагу. 2. Находим $g(y)$: $\frac{\partial F}{\partial y} = N(x, y)$; 3. Находим функцию $F(x, y)$, такую что: $\frac{\partial F}{\partial x} = M(x, y)$ и $\frac{\partial F}{\partial y} = N(x, y)$ $F(x, y) = \int M(x, y)dx + g(y)$ где $g(y)$ — произвольная функция от y. 4. Общее решение: $F(x, y) = C$ в виде цифр слева направо.	ПК-1

13		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите правильную последовательность действий для решения уравнения $y' = \cos(y - x)$: 1. $z = y - x, \Rightarrow y' = z' + 1$; 2. $z' + 1 = \cos(z)$; 3. $\operatorname{ctg} \frac{y-x}{2} = x + C$. 4. $\operatorname{ctg} \frac{z}{2} = x + C$; Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.	ПК-3
14		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите последовательность действий, метода сведения системы ДУ $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 4y - 3z, \\ \frac{dz}{dx} = 2y - 3z. \end{cases}$ к одному дифференциальному уравнению второго порядка. 1. Подставляем значение z во второе уравнение последней системы: $y'' - y' - 6y = 0$. 2. Подставляем $z' = 2y - 3z$ в полученное равенство: $y'' = 4y' - 3(2y - 3z)$. Составляем систему уравнений $\begin{cases} y' = 4y - 3z, \\ y'' = 2y - 3z. \end{cases}$ 3. Из первого уравнения системы выражаем z через y и y': $z' = \frac{4y - y'}{3}$. 4. Продифференцируем первое уравнение $y'' = 4y' - 3z'$; Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.	ПК-1

ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ

15

Прочитайте текст и установите соответствие
Найдите соответствие.

	Дифференциальное уравнение		Частное решение
A	$y' = \frac{1}{1+x}$	1	$y = \arctg(x)$
B	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	2	$y = ctg(x)$
C	$y' = -\frac{1}{\sin^2(x)}$	3	$y = \ln 1+x $
D	$y' = -\frac{1}{\cos^2(x)}$	4	$y = -tg(x)$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

A	B	C	D

ПК-1

16		Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие. <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Дифференциальное уравнение</th><th></th><th>Частное решение</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td><td>$y' = \frac{1}{1-x}$</td><td>1</td><td>$y = -\sin(x)$</td></tr> <tr> <td>B</td><td>$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$</td><td>2</td><td>$y = -\ln 1-x$</td></tr> <tr> <td>C</td><td>$y' = -\sin(x)$</td><td>3</td><td>$y = \arcsin(x)$</td></tr> <tr> <td>D</td><td>$y' = -\cos(x)$</td><td>4</td><td>$y = \cos(x)$</td></tr> </tbody> </table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами: <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		Дифференциальное уравнение		Частное решение	A	$y' = \frac{1}{1-x}$	1	$y = -\sin(x)$	B	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	2	$y = -\ln 1-x $	C	$y' = -\sin(x)$	3	$y = \arcsin(x)$	D	$y' = -\cos(x)$	4	$y = \cos(x)$	A	B	C	D					ПК-3
	Дифференциальное уравнение		Частное решение																												
A	$y' = \frac{1}{1-x}$	1	$y = -\sin(x)$																												
B	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	2	$y = -\ln 1-x $																												
C	$y' = -\sin(x)$	3	$y = \arcsin(x)$																												
D	$y' = -\cos(x)$	4	$y = \cos(x)$																												
A	B	C	D																												
17		Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие. <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Частное решение</th><th></th><th>Дифференциальное уравнение</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td><td>$y = \arccos(x^2)$</td><td>1</td><td>$y' = -2x\sin(x^2)$</td></tr> <tr> <td>B</td><td>$y = \arctg(x^2)$</td><td>2</td><td>$y' = \frac{2x}{\cos^2(x)}$</td></tr> <tr> <td>C</td><td>$y = \cos(x^2)$</td><td>3</td><td>$y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$</td></tr> <tr> <td>D</td><td>$y = tg(x^2)$</td><td>4</td><td>$y' = \frac{2x}{1+x^2}$</td></tr> </tbody> </table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами: <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		Частное решение		Дифференциальное уравнение	A	$y = \arccos(x^2)$	1	$y' = -2x\sin(x^2)$	B	$y = \arctg(x^2)$	2	$y' = \frac{2x}{\cos^2(x)}$	C	$y = \cos(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$	D	$y = tg(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{1+x^2}$	A	B	C	D					ПК-1
	Частное решение		Дифференциальное уравнение																												
A	$y = \arccos(x^2)$	1	$y' = -2x\sin(x^2)$																												
B	$y = \arctg(x^2)$	2	$y' = \frac{2x}{\cos^2(x)}$																												
C	$y = \cos(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$																												
D	$y = tg(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{1+x^2}$																												
A	B	C	D																												

18	<table><tr><td colspan="4">Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.</td></tr><tr><td></td><td>Частное решение</td><td></td><td>Дифференциальное уравнение</td></tr><tr><td>A</td><td>$y = \arcsin(x^2)$</td><td>1</td><td>$y' = -\frac{2x}{\sin^2(x)}$</td></tr><tr><td>B</td><td>$y = \operatorname{arctg}(x^2)$</td><td>2</td><td>$y' = 2x\cos(x^2)$</td></tr><tr><td>C</td><td>$y = \sin(x^2)$</td><td>3</td><td>$y' = -\frac{2x}{1+x^2}$</td></tr><tr><td>D</td><td>$y = \operatorname{ctg}(x^2)$</td><td>4</td><td>$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$</td></tr><tr><td colspan="4">Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</td></tr><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.					Частное решение		Дифференциальное уравнение	A	$y = \arcsin(x^2)$	1	$y' = -\frac{2x}{\sin^2(x)}$	B	$y = \operatorname{arctg}(x^2)$	2	$y' = 2x\cos(x^2)$	C	$y = \sin(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{1+x^2}$	D	$y = \operatorname{ctg}(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$	Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:				A	B	C	D					ПК-3
Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.																																						
	Частное решение		Дифференциальное уравнение																																			
A	$y = \arcsin(x^2)$	1	$y' = -\frac{2x}{\sin^2(x)}$																																			
B	$y = \operatorname{arctg}(x^2)$	2	$y' = 2x\cos(x^2)$																																			
C	$y = \sin(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{1+x^2}$																																			
D	$y = \operatorname{ctg}(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$																																			
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:																																						
A	B	C	D																																			
19	<table><tr><td colspan="4">Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.</td></tr><tr><td>A</td><td>Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$ где $a(x), b(x)$ и $c(x)$ - заданные непрерывные функции</td><td>1</td><td>называются однородными дифференциальными уравнениями</td></tr><tr><td>B</td><td>Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$,</td><td>2</td><td>называется уравнением Риккати</td></tr><tr><td>C</td><td>Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(x) \cdot g(y)$,</td><td>3</td><td>называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными</td></tr><tr><td colspan="4">Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</td></tr><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.				A	Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$ где $a(x), b(x)$ и $c(x)$ - заданные непрерывные функции	1	называются однородными дифференциальными уравнениями	B	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$,	2	называется уравнением Риккати	C	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(x) \cdot g(y)$,	3	называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными	Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:				A	B	C						ПК-1								
Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.																																						
A	Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$ где $a(x), b(x)$ и $c(x)$ - заданные непрерывные функции	1	называются однородными дифференциальными уравнениями																																			
B	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$,	2	называется уравнением Риккати																																			
C	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(x) \cdot g(y)$,	3	называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными																																			
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:																																						
A	B	C																																				

20		Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.			ПК-3			
		A	Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m = 0$ оно превращается.	1		в уравнение с разделяющимися переменными		
		B	Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m = 1$ оно превращается.	2		в линейное дифференциальное уравнение		
		C	Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m \neq 1, m \neq 0$ оно превращается	3		в уравнение Бернулли		
		Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами: <table><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>				A	B	C
A	B	C						
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА								
21		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Для дифференциального уравнения $y'' + 16y = 0$ характеристическое уравнение имеет вид: 1. $\lambda^2 + 16\lambda = 0$; 2. $\lambda^2 + 16 = 0$; 3. $\lambda + 16 = 0$; 4. $\lambda^2 - 16\lambda = 0$;			ПК-3			
22		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. В каком виде следует искать частное решение уравнения $y''' + y' = \sin x + \cos x$? 1. $y = A \cos x$ 2. $y = A \cos x + B \sin x$ 3. $y = B \sin x$ 4. $y = x(A \cos x + B \sin x)$			ПК-1			

23		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Среди перечисленных задач «задачей Коши» является 1. $xуу' = 1 - x^2$; 2. $ydx + \operatorname{ctg} x dy = 0$, $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$; 3. $y' = 3y - 1$; 4. $(y'')^2 + (y')^2 = 1$.	ПК-3
24		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Укажите вид частного решения неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 6y' = 5x$ 1. $y^* = (a_1x + a_0)x$; 2. $y^* = (a_1x + a_0)e^{\frac{2}{3}x}$; 3. $y^* = a_1x + a_0$; 4. $y^* = a_1x$.	ПК-1
25		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если 1. определитель Вронского равен нулю; 2. корни характеристического уравнения – комплексные; 3. корни характеристического уравнения – действительные и различные; 4. корни характеристического уравнения – вещественные и равные.	ПК-1
26		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Какое высказывание не отражает признак уравнения в полных дифференциалах? 1. Левая часть уравнения представляет собой сумму частных дифференциалов. 2. Частная производная по одной переменной одного слагаемого и частная производная по другой переменной другого слагаемого равны. 3. Общее решение в неявном виде определяется уравнением $F(x, y) = C$. 4. Выражение, зависящее от y входит только в левую часть, а выражение, зависящее от x – только в правую часть.	ПК-3

ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ

27		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какое из следующих утверждений о уравнении Риккати является верным? 1. Уравнение Риккати имеет вид $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$; 2. Уравнение Риккати всегда имеет одно решение; 3. Уравнение Риккати может быть преобразовано в линейное уравнение при определенных условиях; 4. Уравнение Риккати используется только в теории управления.	ПК-3
28		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих методов могут использоваться для решения дифференциальных уравнений: 1. Метод разделения переменных; 2. Метод интегрирующего множителя; 3. Метод замены переменных; 4. Метод вероятностного моделирования.	ПК-1
29		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих свойств могут быть у решений дифференциальных уравнений: 1. Существование и единственность решения; 2. Непрерывность и дифференцируемость; 3. Линейная комбинация решений линейного уравнения также является решением; 4. Все решения являются периодическими.	ПК-1
30		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих методов могут использоваться для решения систем дифференциальных уравнений? (Выберите все правильные ответы) 1. Метод подстановки; 2. Метод сведения системы к одному ДУ высшего порядка; 3. Метод разделения переменных; 4. Метод интегрируемых комбинаций.	ПК-3

31		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какое из следующих уравнений является линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами: 1. $y'' + 3y' + 2y = 0$; 2. $y'' + 2xy' + y = 0$; 3. $4y' - 5y = e^x$; 4. $y'' + y^2 = 0$.	ПК-1
32		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какое из следующих уравнений является уравнением Клеро: 1. $y = xy' + y'^4$; 2. $y = y'' + x^2y$; 3. $y = xy' - y'^2$; 4. $y = y'' + \sin(x)y$.	ПК-3